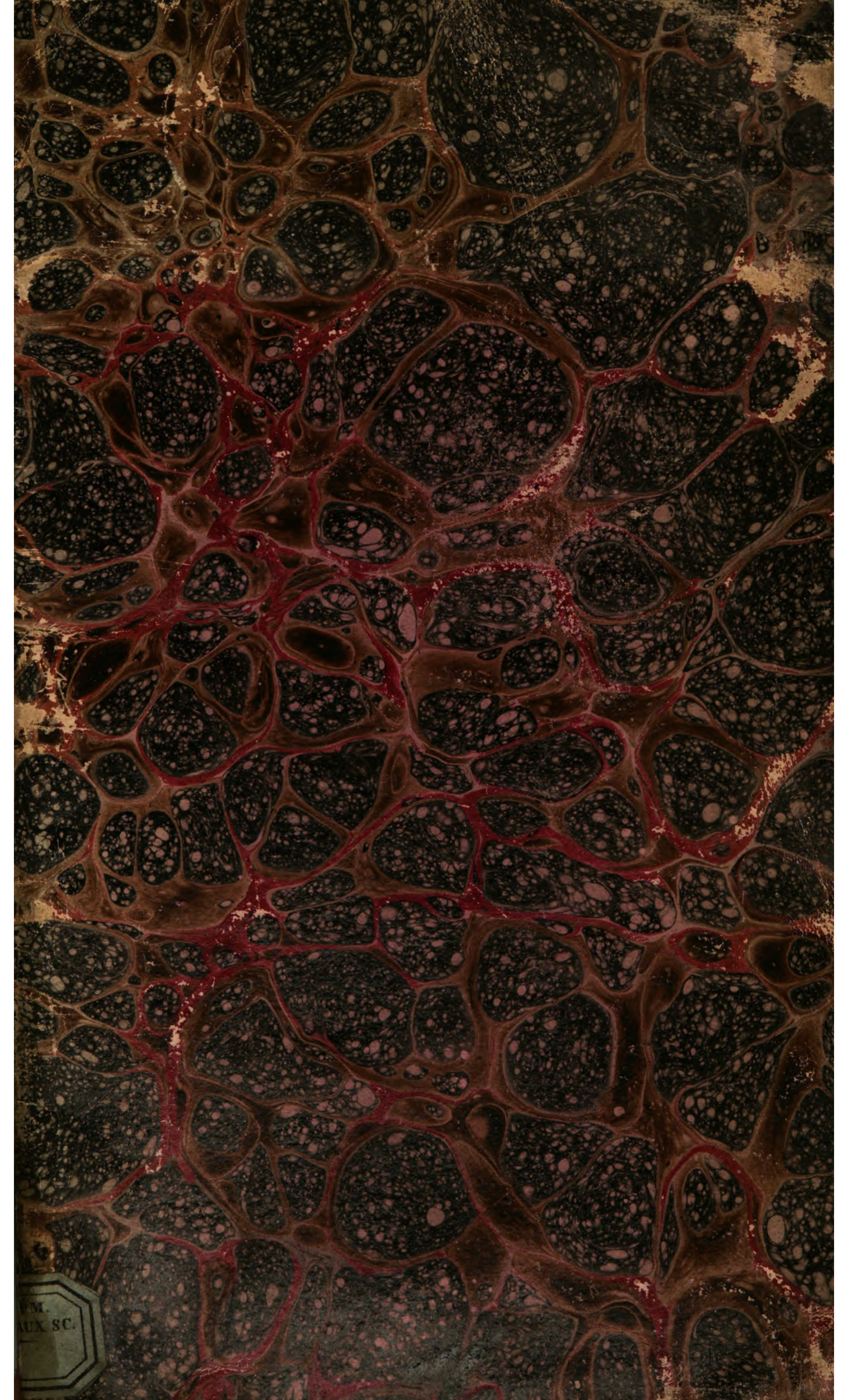

M.
AUX SC.

ESSAI.

ESSAI

SUR LA

QUADRATURE DU CERCLE.



A la Haye et Amsterdam,
CHEZ LES FRÈRES VAN CLEEF.

1827.



AVANT-PROPOS.

Les mathématiciens de tous les âges qui ont cherché la quadrature du cercle, ont, sous un rapport, suivi la même route et comme il est démontré en géométrie que le contenu d'un cercle est égal à sa circonférence multipliée par le quart de son diamètre, ils ont cru jusqu'ici que, pour trouver la quadrature du cercle, *il fallait commencer par chercher le rapport entre le diamétre du cercle et sa circonférence, afin que, le contenu du cercle étant connu, on put en tirant sa racine arriver à un carré parfait, dont un des côtés, multiplié par lui même, donnerait ce même contenu, ce qui serait trouver la* quadrature du cercle.

Personne néanmoins n'a pu y réussir parceque le rapport de la circonférence au diamètre, qu'on cherchait comme moyen, est tellement difficile à trouver que les plus grands mathématiciens ont du renoncer à le fixer exactement et

ont été forcé de se contenter de proportions imparfaites.

Les principales sont : celle d'Archimède de 7 à 22, celle de Ludolph de Cologne d'1 à 314 et une série infinie de fractions et celle de Métrius de 113 à 355 ; mais toutes ces proportions sont inexactes, de l'aveu même de ces savans et offrant des nombres qui ne se laissent ni réduire ni travailler exactement, elles n'ont pu leur fournir le moyen de pousser plus loin leurs recherches. Aussi tous ces travaux ont été arrêtés par l'imperfection du moyen à l'aide duquel on espérait réussir et même plusieurs de ceux qui prétendaient avoir trouvé le rapport de la circonférence du cercle à son diamètre, ont déclaré que la quadrature parfaite du cercle n'existait point, par la raison que le rapport qu'ils avaient fixé ne pouvait les mener à la découvrir.

ESSAI

SUR LA

QUADRATURE DU CERCLE.

Le mérite de cet essai dépendant entièrement de la réalité de la découverte que je me flatte qu'il expose et du plus ou moins de clarté mise à la démontrer, je me fais un devoir de conduire le lecteur sans longs préambules au but que je crois avoir atteint et qui n'est rien moins que la solution d'un problême qui a occupé le genre humain depuis des siècles.

Si j'offrais au public une série de chiffres et de calculs pour base de ma démonstration et prétendais avoir solu par ce moyen une proposition qui a résisté aux calculs des hommes les plus éminens par leur génie et leurs travaux, je conçois qu'on pourrait taxer d'avance le résultat de chimère et assigner à l'auteur une place parmi ceux qui se sont perdus dans de pareilles combinaisons. Mais la route que le lecteur suivra avec moi est si peu compliquée, les moyens dont je me suis servi sont si simples, l'axiome sur lequel je me fonde est tellement à la portée de chaque individu, que

j'ose me flatter que la moindre connaissance des sciences exactes mettra le lecteur à même d'apprécier la vérité de la démonstration qui va suivre.

Si l'on me demande ce qui a pu m'engager à chercher une chose regardée depuis longtems introuvable, je commencerai par me soustraire à l'honneur d'être rangé parmi les chercheurs de *quadrature* ; j'aurai même la franchise d'avouer que ce ne sont, ni des connaissances profondes de géométrie, ni de longs et pénibles travaux, qui m'ont fourni le résultat que j'ose offrir au public. Ayant entendu avancer, par rapport à la *quadrature du cercle*, que l'impossibilité de la découvrir gissait dans ce que le moyen qu'on croyait devoir employer pour y parvenir (le rapport de la circonférence du cercle à son diamètre) était resté défectueux, j'eus la curiosité d'examiner la chose et je trouvai que c'était effectivement le cas.

Frappé des calculs laborieux et interminables dont je voyais les recherches antérieures hérissées, je compris d'abord la folie qu'il y aurait à s'y engager, après les travaux qui avaient précédé ; mais, pénétré en même temps de l'idée, que le contenu d'un cercle, figure éminemment régulière, devait pouvoir être renfermé dans le contour d'un carré parfait, je ne pus m'empêcher de me demander si, pour parvenir à trouver ce carré, il était indispensable de suivre la route rebattue et toujours défectueuse et si, au lieu de

s'occuper préalablement à rectifier le mode usité, on ne pourrait en trouver un autre pour atteindre la même fin. Un moyen tout nouveau et qui me semblait immanquable s'offrit à mon imagination, et ce sont les résultats de l'application de ce moyen que je soumets maintenant à l'examen du public.

Je ne crois pouvoir les amener plus naturellement qu'en suivant l'enchaînement des idées qui se sont présentées à mon esprit.

Si un bloc plat et solide se trouve avoir une épaisseur quelconque, égale sur toute l'étendue de sa surface, il en résultera que, tant que cette épaisseur restera la même sur toutes les parties de sa surface, cette dernière, quelques changemens qu'on fasse subir à sa forme, gardera la même étendue (c'est à dire contiendra le même espace de pieds, de pouces ou de lignes carrés dans son contour), qu'elle contenait sous sa forme primitive (voyez Planche N.° 1); ce qui est indubitable :

1°. Parceque l'épaisseur devant rester la même sur toute l'étendue de la surface, tout ce qu'on peut faire, pour changer la forme, est de couper d'un côté pour ajouter de l'autre, ou, en d'autres termes, d'augmenter l'un des côtés dans l'exacte proportion qu'on diminue l'autre.

2.° Parceque'en combien de portions qu'on divise et découpe le bloc et de quelque manière qu'on rassemble des portions, chacune d'elles aura

individuellement conservé dans le nouveau rassemblement la même étendue de surface, qu'elle avait lorsqu'elle faisait partie de la figure primitive; d'où il résulte que, puisque chacune des portions dont se composait le tout a individuellement conservé la même étendue de surface qu'elle avait dans la disposition primitive, le tout, qui se compose de ces parties, n'a pu en changer.

Cette vérité est trop simple et cet axiome trop incontestable pour qu'il puisse être nécessaire de s'arrêter plus longtems à sa démonstration.

Partant d'une base aussi sûre, il s'en suivra naturellement que si je prends un bloc plat et solide, qui présente dans son contour un cercle parfait et qui ait une épaisseur égale sur toute sa surface, je pourrai découper ce bloc en autant de portions que je jugerai à propos, et que ces portions, prises ensemble, conservant toutes et chacune la même épaisseur sur toute l'étendue de leur surface, offriront, de quelque manière que je les rassemble et quelque figure qu'elles présentent réunies, la même étendue de surface que contenait le cercle susmentionné.

Si par conséquent je pouvais en les rassemblant leur donner, par exemple, la forme d'un triangle ou d'un carré, ce triangle ou ce carré, composé de toutes les portions qui constituaient le cercle, présenterait dans son contour la même étendue de surface que le cercle aurait offert.

Or si en mettant le bloç plat et solide, de

forme parfaitement circulaire, dont je viens de parler, en fusion (supposons le de plomb) je me donne, par ce procédé un moyen plus facile de lui faire prendre la forme que je désire; il en résultera que si j'ai soin que l'épaisseur de la figure que je coulerai reste, sur toute l'étendue de sa surface, la même qu'elle était avant la fusion, cette surface conservera la même étendue, c'est à dire contiendra dans son contour le même espace de pieds, de pouces ou de lignes carrés qu'elle contenait lorsqu'elle était de forme circulaire.

Pour mettre ce procédé en exécution, je prends un bloc de plomb ou d'étain parfaitement plat et uni, de forme exactement circulaire, ayant, par exemple, un pied de diamètre sur un pouce d'épaisseur dans toutes ses parties et je le mets en fusion.

Je prépare d'autre part un moule triangulaire et rectangulaire de grandeur suffisante pour pouvoir contenir plus que toute la matière en fusion; j'ai soin que ce moule soit fait de manière à ce que la figure ou plutôt le bloc que je coule soit parfaitement rectangulaire et ait précisément un pouce d'épaisseur sur toute sa surface. Je place ce moule en équilibre sur la pointe de son rectangle en laissant le côté opposé ouvert afin de pouvoir y verser le métal en fusion.

Le résultat de ce procédé est que le métal en fusion, introduit par le haut du moule, monte

jusqu'à une certaine hauteur et que la pointe du rectangle ayant servi de point d'appui, la figure qu'on obtient en retirant le plomb du moule, après l'avoir laissé refroidir, est un triangle rectangle régulier (équicrural) dont la surface, ayant dans toutes ses parties la même épaisseur qu'elle avait avant d'avoir changé de forme, contient par cela même autant d'étendue qu'elle contenait sous sa forme circulaire. Nous avons par conséquent un triangle rectangle régulier parfaitement égal à un cercle donné.

Désire-t-on avoir la preuve matérielle que le triangle obtenu a effectivement la même épaisseur et par conséquent la même étendue de surface que le cercle primitif, on n'a qu'à faire l'expérience en coulant un bloc dans le moule triangulaire et à décrire sur ce bloc un cercle qu'on découpe et qui, coulé dans le même moule où l'on coule ensuite le triangle, ne peut qu'avoir la même épaisseur.

Que reste-t-il maintenant à faire pour convertir le triangle rectangle régulier obtenu en carré parfait? Rien que de tirer de la pointe du rectangle une ligne perpendiculaire sur la ligne opposée (l'hypothénuse) afin de partager le triangle en deux portions égales, formant chacune un triangle rectangle régulier. En ajustant ces deux triangles par leurs hypothénuses, ils formeront un carré parfait, lequel étant égal au triangle qui est égal au cercle donné, l'est par conséquent à ce cercle lui même.

Le carré constituant la quadrature du cercle une fois trouvé, son contenu est connu et le rapport du diamètre du cercle à sa circonférence, l'est en même tems, puisque, pour trouver cette circonférence, on n'a qu'à diviser le contenu du cercle par la moitié de son rayon, qui est le quart de son diamètre.

Avant de passer aux résultats que donne cette expérience, qu'il me soit permis de revenir à la démonstration qui précède et de faire observer que je me suis servi en premier lieu de l'exemple du métal en fusion, parcequ'il s'est offert le premier à mon imagination et me paraît propre à donner l'idée la plus juste de la vérité de la démonstration. Je rétrograde maintenant pour indiquer à mes lecteurs une méthode basée sur les mêmes principes et parfaitement sûre d'arriver au même résultat; méthode qui ne présente aucune des difficultés attachées à la première.

C'est à l'aide de deux instrumens qu'il est facile de confectionner de la plus grande exactitude géométrique et qui donnent par conséquent un résultat parfaitement exact.

Avant que de les définir, il sera néanmoins utile de convaincre le lecteur que l'axiome sur lequel je me suis fondé au commencement de ma démonstration, est parfaitement applicable aux expériences que je vais décrire.

Qu'on se procure un châssis carré ou de telle autre figure qu'on jugera convenable en bois ou en métal,

d'une épaisseur quelconque, égale dans toutes ses parties, et qu'on ferme les deux côtés de ce châssis avec du verre, après y avoir fait une petite ouverture. En introduisant quelque liquide dans le vide intérieur qui résulte de l'application des verres (jusqu'à la moitié par exemple), et refermant l'ouverture, on pourra faire varier la forme que prend le liquide en tournant l'instrument, et on trouvera que la figure que décrira le liquide, soit parallellogramme, triangle, ou forme irrégulière, ne peut altérer le contenu du contour de la surface, tant qu'on a soin, en tenant l'instrument en équilibre, que la masse que présente le liquide, conserve toujours la même épaisseur dans toutes ses parties. (Voyez Planche N.o 2).

Partant donc de ce principe, on prend un cercle ou plutôt un cerceau de métal, cuivre ou fer par exemple, géométriquement régulier dans son intérieur, d'un diamètre quelconque et de l'épaisseur qu'on jugera convenable; on applique contre les deux côtés de ce cercle deux pièces de verre lisses et plates sur toute leur superficie et de force requise, qui ferment hermétiquement ce cercle de deux côtés, de manière à ce qu'il contienne un vide qu'on puisse remplir d'un liquide quelconque. On fait ensuite, ou on ménage d'avance dans le cercle une ouverture très petite, mais néanmoins assez grande pour y introduire le liquide dont on veut remplir le vide.

On prépare également un rectangle géométri-

quement régulier dans son intérieur en même métal et de la même épaisseur que le cercle sus-mentionné; on applique sur les deux côtés de ce rectangle deux morceaux de verre parfaitement plats et lisses, et de force suffisante, qui ferment exactement les deux côtés du rectangle, de manière qu'il ne reste ouvert que le côté opposé au rectangle, par lequel on doit transvaser le liquide du cercle. Cela fait on remplit exactement le cercle creux de liquide et le transvase dans le rectangle posé en équilibre sur sa pointe rectangulaire, ce qui ne présente aucune difficulté, puisqu'on peut facilement s'assurer que le liquide monte des deux côtés du verre à une égale hauteur contre les deux parois de métal qui forment le rectangle.

Le liquide qui s'élève dans le rectangle décrit alors la ligne opposée au rectangle (l'hypothénuse) qui était à chercher, pour obtenir le triangle rectangle régulier égal au cercle donné. (Voyez Planche N.º 3).

Si au lieu d'eau ou de liqueur, on se sert de vif-argent l'expérience sera plus parfaite encore, puisque rien ne s'attachant aux parois intérieurs du cercle, on ne perd pas la moindre particule en transvasant.

Désire-t-on avoir la preuve que les instrumens ont été fait avec la précision requise, on n'a qu'à réitérer l'expérience avec la moitié du liquide, c'est à dire on ne remplit son cercle que de moitié : le

triangle qu'on obtient alors doit être naturellement la moitié du premier triangle et par conséquent les lignes qui forment le rectangle de ce nouveau triangle, sont égales à la ligne qu'il fallait tracer en partageant le premier triangle, pour le convertir en carré, et elles indiquent de nouveau la quadrature du cercle entier. (Voyez Planche N.° 4).

Examinons maintenant le résultat que m'ont donné les expériences que je viens de décrire, tant avec le métal qu'avec le liquide.

De quelque manière qu'elles fussent faites, soit avec le cercle entier, soit avec le demi cercle, ce résultat a été invariablement le même. Quelques dimensions que j'aye donné à mes instrumens, les expériences ont toujours démontré que sur un cercle quelconque dont le diamètre est divisé en 360 parties, nombre que j'avais choisi pour base comme admettant le plus de division, le triangle rectangle régulier (c. a. d. équicrural) résultant de ce cercle, offrait une ligne ou distance de 320 depuis le rectangle jusqu'au milieu de l'hypothénuse, et que par conséquent un cercle de 360 pieds, pouces ou lignes de diamètre est égal à un carré, dont chacun des côtés a 320 pieds, pouces ou lignes de longueur, ou, pour mieux m'exprimer, renferme autant de pieds, de pouces ou de lignes carrés dans son contour; d'où il suit, en réduisant les chiffres, que pour obtenir LA QUADRATURE D'UN CERCLE DONNÉ on n'a qu'à prendre pour base L'EXACTE PROPOR-

TION DE HUIT NEUVIÈMES DE SON DIAMÈTRE ; ce qui est la solution du problème.

Le *diamétre* d'un cercle étant donc divisé en *neuf* parties, ... 9.
les côtés du carré qui renferme *sa quadrature* seront chacun de *huit*, ... 8.
son *contenu* sera de *soixante quatre*, . . . 64.
et sa *circonférence* de *vingt huit et quatre neuvième*, ... 28$\frac{4}{9}$.

(Voyez Planche N.° 5).

Les rapports de la circonférence, cherchés toujours vainement comme moyen de découvrir la quadrature, se trouvent par conséquent fixés au *diamétre* comme de 256 à 81 soit 28$\frac{4}{9}$ . . à . . . 9.
à chacun des côtés du carré renfermant sa *quadrature* comme de . . . . 256 à 72 » 32 . . . à . . . 9.
au *contenu* comme de 256 à 576 » 4 . . . à . . . 9.

Tel est le résultat de toutes mes expériences, que je crois pouvoir donner pour positif, d'autant plus que désirant avoir encore une preuve concluante de son exactitude, j'ai fait construire sur les proportions trouvées de 9 pour le cercle et 8 pour le carré des baquets de la profondeur de depuis un demi pouce jusqu'au cube et ai invariablement trouvé qu'ils contenaient exactement la même quantité de liquide, ce qui n'aurait jamais pu être le cas sur toutes les profondeurs, si les proportions données avaient été défectueuses.

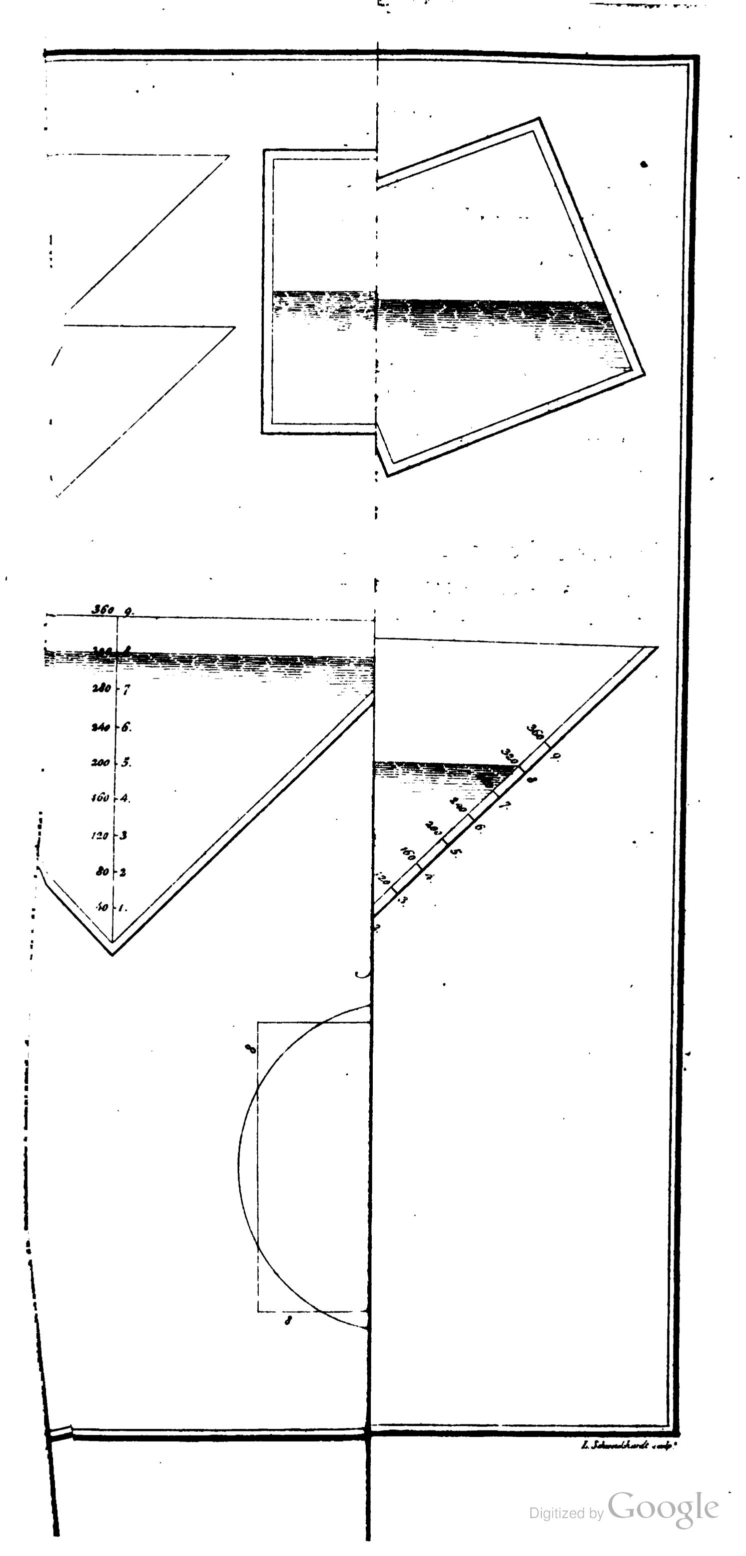
J'ai jugé alors les preuves trop convainçantes

et le résultat trop décisif pour ne pas le faire connaître au public.

Quant à moi, j'abandonne la matière et soumets ma solution, ainsi que la méthode dont je me suis servi pour y parvenir, au jugement des hommes éminents dans les sciences exactes qui distinguent notre siècle. Je désire qu'ils puissent en tirer des résultats que mes occupations multipliées et le défaut de connaissances assez profondes dans cette partie m'empêcheraient d'en déduire ; heureux si, en ouvrant un nouveau champ à leur génie, je leur fournissais l'occasion de s'y distinguer d'une manière dont les sciences pussent profiter.

G. S.

La Haye, 1er *Juin* 1827.


360 9.
280 7
240 6.
200 5.
160 4.
120 3
80 2
40 1.
360 9
320 8
240 7
200 6
160 5
120 4
3
8
8

